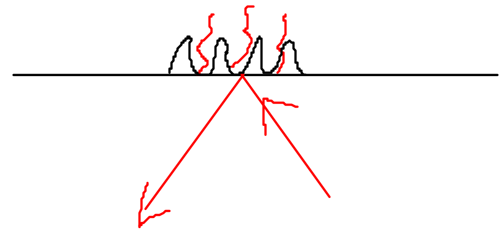
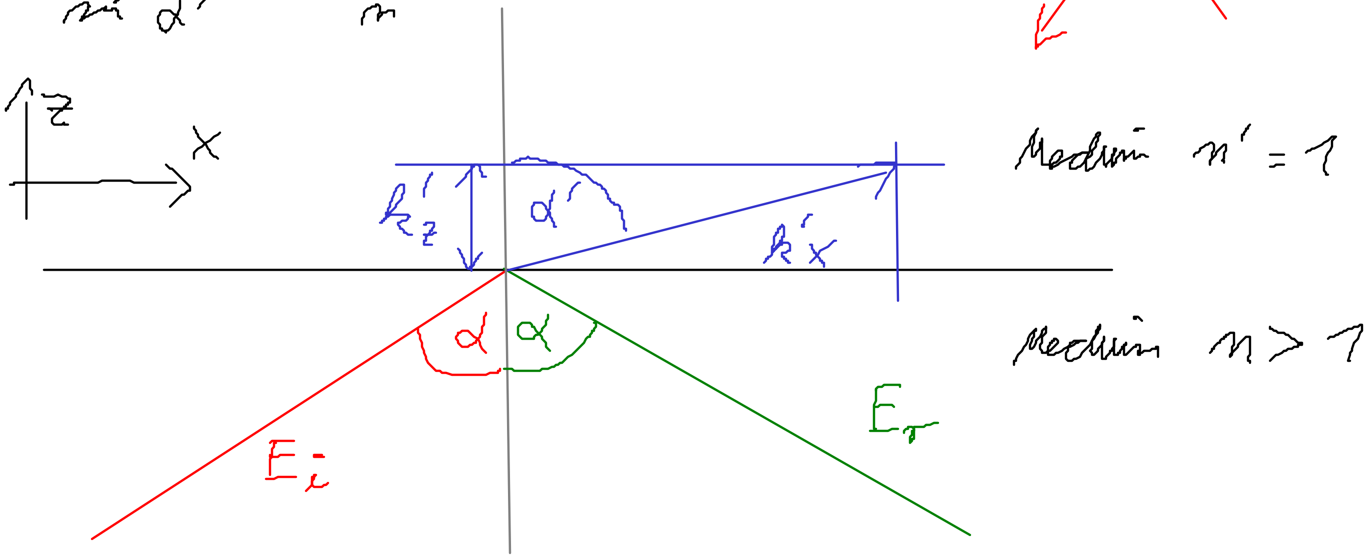
Evaneszente Wellen (evanescent waves)

Snellius Brechungsgesetz



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = \frac{n'}{n}$$



$$\vec{E}_i = \vec{E}_{i0}(t)\, e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad \text{mit} \quad k = |\vec{k}| = n k_0 = n\frac{2\pi}{\lambda_0}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{t0}(t)\, e^{i\vec{k}'\vec{r}} \quad \text{mit} \quad k' = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (n' = 1)$$

$$\vec{k}'\vec{r} = \begin{pmatrix} k_x' \\ k_y' \\ k_z' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = k_x' x + \underbrace{k_y' y}_{0} + k_z' z$$

$$k_z' = k'\cos\alpha' \qquad k_x' = k'\sin\alpha'$$

$$= k' \cdot x \cdot \sin\alpha' + k' \cdot z \cdot \cos\alpha'$$

Totalreflexion $\Rightarrow$ $\sin\alpha' = n\sin\alpha > 1$

$\Rightarrow$ mit $\alpha' \in \mathbb{C}$ geht das

$$\cos\alpha' = \sqrt{1 - \sin^2\alpha'} = i\sqrt{\sin^2\alpha' - 1}$$

$$= i\sqrt{n^2\sin^2\alpha - 1}$$

also $\vec{k}'\vec{r} = k' x \cdot n \cdot \sin\alpha + i k' z \cdot \sqrt{n^2 \sin^2\alpha - 1}$

$$\Rightarrow \vec{E}_t = \vec{E}_{t0} \, e^{i k' x \, n \sin\alpha} \, e^{-k z \sqrt{n^2 \sin^2\alpha - 1}}$$

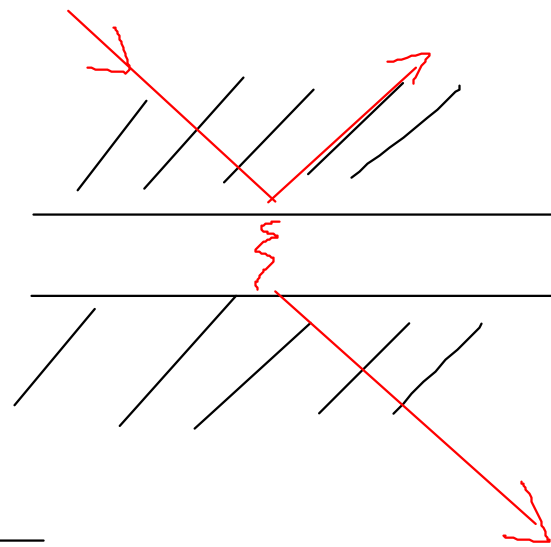
propagierende Oberflächenwelle — exp. abfallendes Feld

eindringtiefe ~ 100 nm für 500 nm Licht

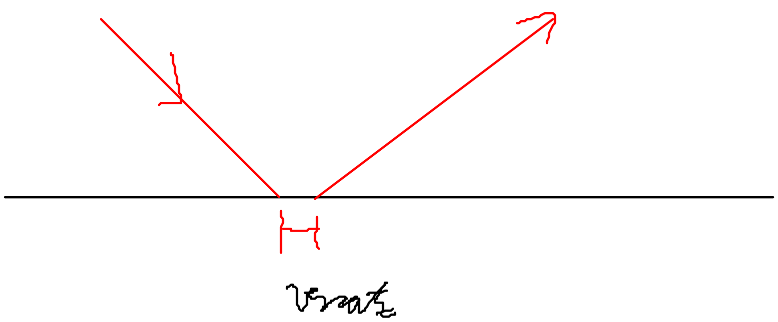
Experimenteller Nachweis:

vgl. optischer Tunneleffekt

„frustrierte Totalreflektion"

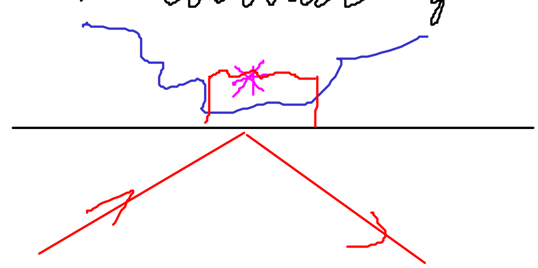


bei Reflexion: Strahlversatz

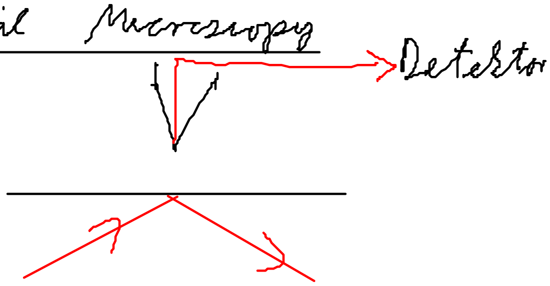


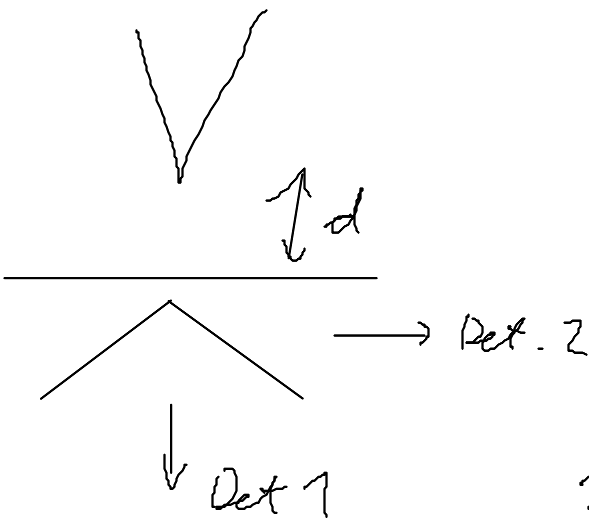
Evaneszente Wellen zur Membranbeobachtung

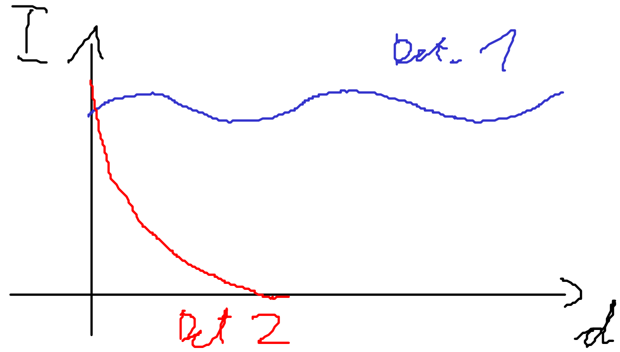
einzelne Moleküle



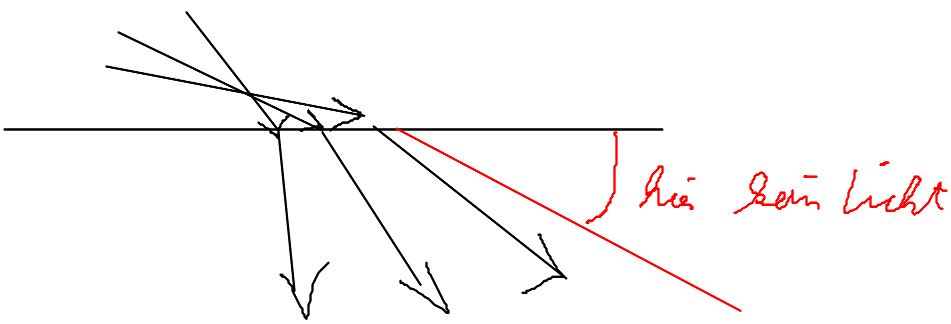
Scanning-Tunneling optical Microscopy







normalerweise kein Licht auf Det. 2, der über dem Winkel der Totalreflektion misst



Metallische Oberflächen

komplexe Brechzahlen $\Rightarrow$ Dämpfung

$$n = n' + i n''$$

$$k = n k_0 \qquad k_0 = \frac{\omega}{c_0}$$

$$E(x) = E_0 e^{i(kx - \omega t)} = E_0 e^{-i\omega t} e^{i n' k_0 x} e^{-n'' k_0 x}$$

$$\Rightarrow I(x) \propto |E(x)|^2 = E_0^2 e^{-\alpha x} \qquad \alpha = 2 n'' k_0$$

Absorption & Streuung

$$n(\omega) = \sqrt{\varepsilon(\omega)} \qquad (\mu = 1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'' = (n' + i n'')^2 = n'^2 - n''^2 + i\,2n'n''$$

$$\Rightarrow \varepsilon' = n'^2 - n''^2 \qquad \varepsilon'' = 2n'n''$$

$$n' = \sqrt{\frac{\varepsilon' + \sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2}}{2}}$$

$$n'' = \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2} - \varepsilon'}{2}}$$

ε'' hängt nicht nur mit Absorption zusammen

Plasmonen

Licht fällt in Elektronengas ein

$$m\ddot{x} = -eE$$

Auslenkung eines Elektrons

$$x(t) = x_0 e^{-i\omega t}$$

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$$

$$\Rightarrow -\omega^2 m x = -eE$$

$$x(t) = \frac{eE(t)}{m\omega^2}$$

← Auslenkung um 180° verschoben

Dipolmoment $p = -e\,x(t)$

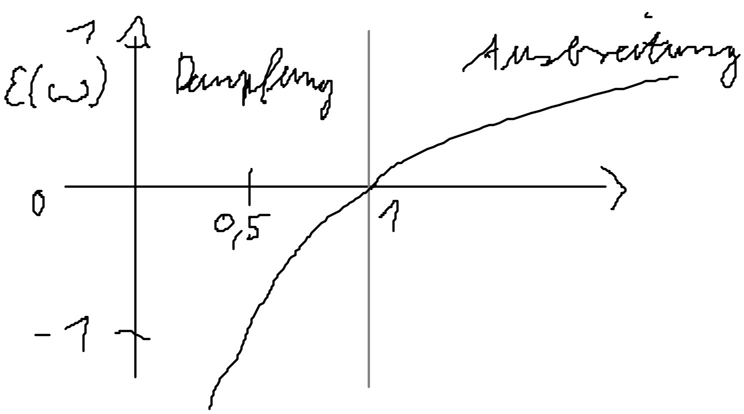
Anzahldichte der Elektronen

$$\Rightarrow p = -\rho e x = -\frac{\rho e^2}{m\omega^2} E = \varepsilon_0 \chi(\omega) E$$

Suszeptibilität

$$\omega_p = \sqrt{\frac{\rho e^2}{\varepsilon_0 m}}$$

$$\Rightarrow \varepsilon(\omega) = 1 + \chi(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$



Dispersionsrelation

$$\omega = \frac{c}{n} k \qquad \omega n = c k$$

$$\Rightarrow \quad \varepsilon(\omega)\, \omega^2 = c^2 k^2$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\omega_p^2 + c^2 k^2}}$$

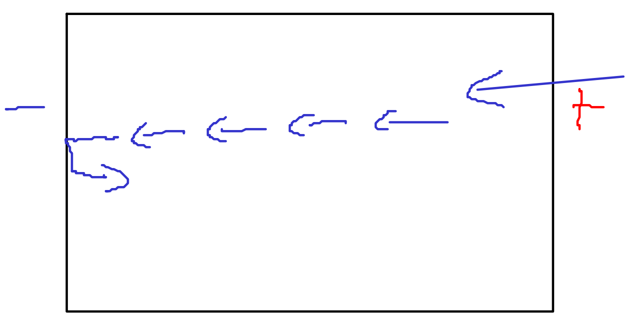
Dispersionsrelation von Licht im Elektronengas

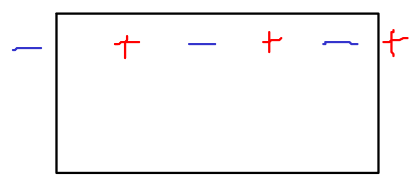
bei Licht mit $\omega > \omega_p$ wird Metall transparent

kann man dies Plasma jetzt insgesamt zur Schwingung anregen?

nur longitudinale Wellen (wg. Rückstellkraft bzw. Schermodul)

oder höhere Anregung





Gibt's Schwingungen, bei denen die Oberflächenladung 0 wird?

$$D = 0 = P + \varepsilon_0 E = 0 = \varepsilon(\omega) E = 0$$

$$\Rightarrow \varepsilon(\omega) = 0 \quad \Rightarrow \omega = \omega_p$$

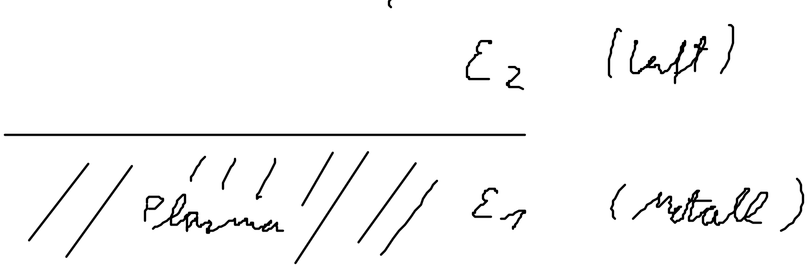
Dieses Konzept auf Oberflächen übertragen

Oberflächenplasmonen

kann sich mit Licht von außen nicht anregen!

Sind es auch evaneszente Felder?

Betrachte Metall-Oberfläche



gibt's Schwingungen, die Grenzbedingungen und Maxwell-Gl. erfüllen?

fordere Stetigkeitsbed. bei $z = 0$

$$E_{x1} = E_{x2} = E_x \quad , \quad H_{y1} = H_{y2} = H_y$$

$$\Rightarrow \quad k_{x1} = k_{x2} = k_x$$

fordere Maxwellgl.

$$\text{rot}\,\vec{H} = \dot{\vec{D}} = \varepsilon_0 \varepsilon \dot{\vec{E}}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{\partial}{\partial z} H_y = \varepsilon_0 \varepsilon \dot{E}_x$$

$\boxed{z > 0}$ $$-i k_{z2} H_y = -i \omega \varepsilon_2 \varepsilon_0 E_x$$

$\boxed{z < 0}$ $$+i k_{z1} H_y = -i \omega \varepsilon_1 \varepsilon_0 E_x$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{-\frac{k_{z2}}{k_{z1}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}}$$

ist diese Bed. erfüllt, so gibt's die gesuchte Oberflächenwelle

Außerdem

$$k^2 = \varepsilon \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad \text{Disp.-relation des Lichts}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{z > 0}: \quad k_x^2 + k_{z2}^2 = \varepsilon_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad k_{z2}^2 = \varepsilon_2 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2$$

$$\underline{z < 0}: \quad k_x^2 + k_{z1}^2 = \varepsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad k_{z1}^2 = \varepsilon_1 \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2$$

Teilen, einsetzen

$$\boxed{\frac{\varepsilon_2^2}{\varepsilon_1^2} = \frac{\varepsilon_2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}{\varepsilon_1\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - k_x^2}}$$

nach k_x^2 auflösen

$$\boxed{k_x = \sqrt{\frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} \left(\frac{\omega}{c}\right)}$$

Dispersionsrelation
des Lichts an Oberflächen-
plasmonen